

---

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR**  
**ÁLGEBRA LINEAL • PRUEBA NO. 1**

3 de mayo de 2017

Mat. Andrés Merino

---

1. Utilizando operación por filas, calcular el determinante de la siguiente matriz. Si es invertible, determinar la inversa mediante operaciones por filas.

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Calcular el determinante de la siguiente matriz, ¿es la matriz singular?

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 5 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

3. Utilizando operación por filas, determinar el rango de la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 & 1 \\ 5 & -4 & 6 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Utilizando determinantes, calcule el rango de la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 1 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

5. ¿La siguiente matriz es invertible? De serlo, encontrar su inversa por el método de los cofactores.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

6. ¿Cuántas inversiones tiene la siguiente permutación?, ¿es par o impar?

346215

7. Si  $A$  es una matriz de  $3 \times 3$  y  $\det(A) = 5$ , ¿cuánto vale  $\det(2A)$ ?

8. Dadas las matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

¿Es posible calcular  $AB$ ?, ¿ $BA$ ? Calcule las que sean posibles.

---

$\aleph_1$

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR**  
**ÁLGEBRA LINEAL • EXAMEN NO. 1**

17 de mayo de 2017

Mat. Andrés Merino

1. ¿Para qué valores de  $\beta \in \mathbb{R}$  la siguiente matriz es invertible?

(1pt)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\beta & -1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ \beta & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 & -\beta \end{pmatrix}$$

2. Calcular el polinomio característico y los valores propios de las siguientes matrices:

(2pt)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Calcular el determinante de la siguiente matriz, si es invertible, calcular su inversa

(2.5pt)

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Estudiar el siguiente sistema de ecuaciones; si tiene soluciones, hallarlas y escribirlas en forma matricial

(1.5pt)

$$\begin{cases} 3w + x - 2y = 0 \\ w + 5x + y + z = 3 \\ -w + 2x + 2y + z = 1 \\ -w + 2x + y = 2 \end{cases}$$

5. ¿Para qué valores de  $\beta \in \mathbb{R}$  el siguiente sistema no tiene solución?

(1pt)

$$\begin{cases} 2x + 3y + 2z = 5 \\ x + y + z = 0 \\ 2x + 3y + (\beta - 2)z = \beta \end{cases}$$

6. Determinar el rango, mediante determinantes, de la siguiente matriz.

(1pt)

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \\ 5 & -4 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

7. Calcular el determinante, por operaciones por filas, de la siguiente matriz

(1pt)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

---

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR**  
**ÁLGEBRA LINEAL • PRUEBA NO. 2**

6 de junio de 2017

Mat. Andrés Merino

---

1. Dada la matriz  $A$ , encontrar una fórmula para  $A^n$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

2. ¿Es la siguiente matriz diagonalizable? De serlo, halle su diagonalización.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

3. ¿Es la siguiente matriz diagonalizable? De serlo, halle su diagonalización.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

4. Si el polinomio característico de una matriz  $A$  es

$$p_A(\lambda) = -\lambda^5 + 2\lambda^4 + 3\lambda^2 - 3\lambda + 3,$$

¿es  $A$  invertible?, ¿cuál es la traza de  $A$ ?

5. Dada la matriz  $A$ , encontrar una fórmula para la inversa de  $A$  utilizando su polinomio característico y hallar la inversa.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

6. Resolver el siguiente sistema utilizando factorización LU:

$$\begin{cases} u + v + w = 0 \\ 2u + 3v - w = 5 \\ -2u + v + 5w = 1 \end{cases}$$

---

$\aleph_1$

---

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR**  
**ÁLGEBRA LINEAL • EXAMEN NO. 2**

27 de junio de 2017

*Mat. Andrés Merino*

---

1. Dada la matriz  $A$ , encontrar una fórmula para  $A^n$ .

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

2. ¿Cuándo una matriz es diagonalizable?
3. ¿Es la siguiente matriz diagonalizable? De serlo, halle su diagonalización.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -3 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

4. ¿Es la siguiente matriz diagonalizable?

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 6 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

5. ¿Puede ser una matriz singular ser diagonalizable?
6. Dada la matriz  $A$ , encontrar una fórmula para la inversa de  $A$  utilizando su polinomio característico.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

7. Resolver el siguiente sistema utilizando factorización LU:

$$\begin{cases} u + v + w = 0 \\ 2u + 3v - w = 5 \\ -2u + v + 5w = 1 \end{cases}$$

8. Hallar el punto de intersección de las alturas del triángulo cuyos vértices son  $(2, -3)$ ,  $(8, 1)$  y  $(1, 5)$ .
9. Hallar la ecuación del lugar geométrico de un punto cuya diferencia de las distancias a los puntos  $(3, 0)$  y  $(-3, 0)$  es siempre igual a 4.
10. Hallar la bisectriz del ángulo obtuso formado por las rectas  $x - 2y - 4 = 0$  y  $4x - y - 4 = 0$ .

---

$\aleph_1$

---

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR  
ÁLGEBRA LINEAL • PRUEBA NO. 3

25 de julio de 2017

Mat. Andrés Merino

---

1. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos  $(0, 0)$ ,  $(3, -1)$  y  $(2, -4)$ . Encontrar su centro y radio. Además, hallar la ecuación de la recta tangente en el punto  $(3, -1)$ .
2. Hallar la ecuación de la parábola con vértice en el punto  $(-3, -2)$  y foco en el punto  $(1, -2)$ .
3. Una elipse tiene centro en el origen y su eje mayor coincide con el eje  $x$ . Hallar la ecuación sabiendo que pasa por los puntos  $(\sqrt{6}, -1)$  y  $(2, \sqrt{2})$ . Además, hallar sus focos.
4. Una parábola tiene como foco el punto  $(3, 3)$  y como directriz la recta  $y = 5$ . Escribir su ecuación en la forma normal, su vértice, el punto perteneciente a la parábola con coordenada en  $x$  igual a 3 y la ecuación de la recta tangente a la parábola en este punto.
5. Hallar la ecuación de la circunferencia de radio  $2\sqrt{2}$  que es tangente a la parábola  $x^2 + 4x - 6y + 13 = 0$  en el punto  $(1, -3)$ .

---

$\aleph_1$



1 de agosto de 2017

---

1. Dadas las matrices  $A$  y  $B$ , encuentre  $x$  y  $y$  en  $\mathbb{R}$  tal que  $AB = BA$ , (1pt)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2-x & 1 \\ 5x & y \end{pmatrix}.$$

2. ¿Para qué valores de  $\beta \in \mathbb{R}$  la siguiente matriz es invertible? (1pt)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\beta & -1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ \beta & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 & -\beta \end{pmatrix}$$

3. ¿Para qué valores de  $\beta \in \mathbb{R}$  el siguiente sistema no tiene solución? (2pt)

$$\begin{cases} 2x + 3y + \quad \quad z = 5 \\ x + y + \quad \quad z = 0 \\ 2x + 3y + (\beta - 2)z = \beta \end{cases}$$

4. En  $P_3$ , hallar la base y dimensión del siguiente sub-espacio vectorial (2pt)

$$P = \{p(x) \in P_3 : p(0) + p(1) = 0, p'(0) + p'(1) = 0, p(0) + p'(0) = 0\}.$$

5. Determine si la siguiente función es una aplicación lineal: (2pt)

$$T: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ (x, y, z) \longmapsto T(x, y, z) = (z, x + y).$$

6. Determine si  $\lambda = 2$  es o no un valor propio de la matriz (1pt)

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

7. Hallar el lugar geométrico de los puntos cuyo producto de distancias a las rectas  $3x - 4y + 1 = 0$  y  $3x + 4y - 7 = 0$  sea igual a  $\frac{144}{25}$ . ¿Qué cónica representa? (2pt)