1. Formalmente, ¿qué es un conjunto difuso? (1pt)

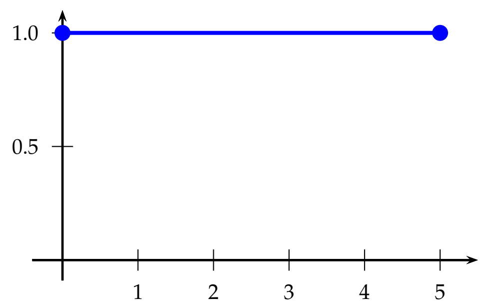
*Solución.* Un conjunto difuso es una función que va de un universo al intervalo $[0,1]$. □

2. En el universo $U = [0,5]$, escribir analíticamente el conjunto difuso universo y graficarlo. (1pt)

*Solución.* El conjunto difuso universo es

$$\begin{aligned} U\colon [0,5] &\longrightarrow [0,1] \\ x &\longmapsto 1 \end{aligned}$$

y su gráfica es




□

3. Dado un conjunto difuso $A$, en general, ¿es verdad que $A \cap A^c = \varnothing$? ¿es verdad que $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$? De ser verdad, demuéstrelo, de no ser verdad, presente un ejemplo. (2pt)

*Solución.* En general, no es verdad que $A \cap A^c = \varnothing$, por ejemplo, consideremos el universo

$$U = \{a,\ b\}$$

y el conjunto difuso

$$A = \left\{ \frac{0{,}3}{a} + \frac{1{,}0}{b} \right\},$$

se tiene que

$$A^c = \left\{ \frac{0{,}7}{a} + \frac{0{,}0}{b} \right\} \qquad \text{y} \qquad A \cap A^c = \left\{ \frac{0{,}3}{a} + \frac{0{,}0}{b} \right\}$$

y, dado que

$$\varnothing = \left\{ \frac{0{,}0}{a} + \frac{0{,}0}{b} \right\},$$

se tiene que

$$A \cup A^c \neq \varnothing.$$

Por otro lado, en general, es verdad que $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$?, en efecto, notemos que para $x \in U$,

$$\begin{aligned} (A \cup B)^c(x) &= 1 - (A \cup B)x) \\ &= 1 - \text{máx}\{A(x), B(x)\} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= 1 + \text{mín}\{-A(x), -B(x)\} \\
&= \text{mín}\{1 - A(x), 1 - B(x)\} \\
&= \text{mín}\{A^c(x), B^c(x)\} \\
&= (A^c \cap B^c)(x)
\end{aligned}
$$

así $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$. □

4. Considerando el universo al intervalo $U = [0,6]$, considere los siguientes conjuntos difusos definidos por

$$
A(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} + 1 & \text{si } 0 \leq x < 2, \\ \frac{1}{2} & \text{si } 2 \leq x < 4, \\ \frac{x}{2} - \frac{3}{2} & \text{si } 4 \leq x < 5, \\ -x + 6 & \text{si } 5 \leq x \leq 6, \end{cases}
$$

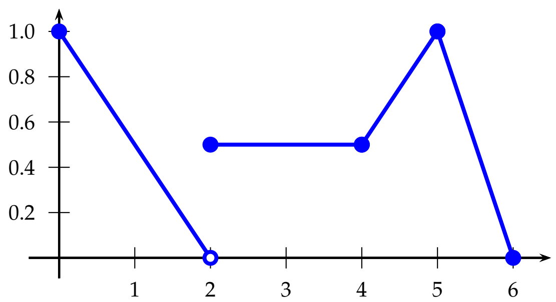
y

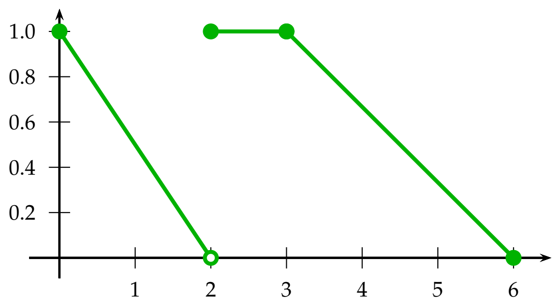
$$
B(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} + 1 & \text{si } 0 \leq x < 2, \\ 1 & \text{si } 2 \leq x < 3, \\ -\frac{x}{3} & \text{si } 3 \leq x \leq 6. \end{cases}
$$

- ¿Cuál es el núcleo de cada uno de estos conjuntos? (1pt)
- Dibujar y expresar analíticamente $A \cup B$ y $B^c$. (2pt)
- ¿Cuál es el grado de pertenencia del punto 2 al conjunto $A \cap B$? (0.5pt)

*Solución.*

*a*) Los gráficos de $A$ y $B$ son



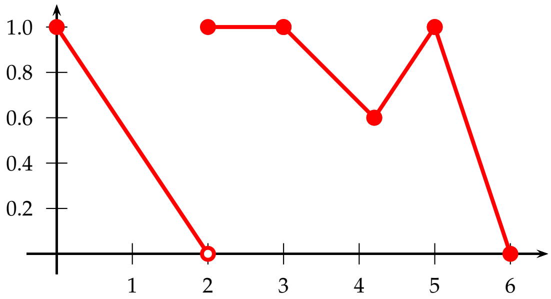

respectivamente. Con esto, tenemos que

$$
\text{núcleo}(A) = \{0, 5\} \qquad \text{y} \qquad \text{núcleo}(B) = \{0\} \cup [2, 3] \,.
$$

*b*) Para $A \cup B$ se tiene que

$$
A \cup B(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} + 1 & \text{si } 0 \leq x < 2, \\ 1 & \text{si } 2 \leq x < 3, \\ -\frac{x}{3} & \text{si } 3 \leq x < \frac{21}{5}, \\ \frac{x}{2} - \frac{3}{2} & \text{si } \frac{21}{5} \leq x < 5, \\ -x + 6 & \text{si } 5 \leq x \leq 6. \end{cases}
$$

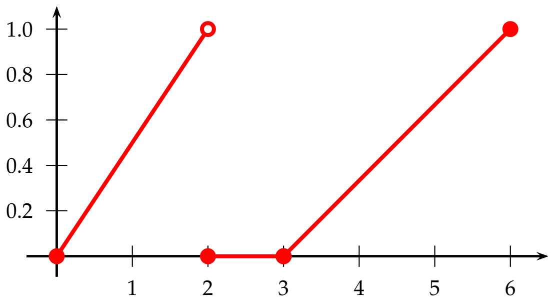
Su gráfico es




Para $B^c$ se tiene que

$$B^c(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} & \text{si } 0 \leq x < 2, \\ 0 & \text{si } 2 \leq x < 3, \\ 1 - \frac{x}{3} & \text{si } 3 \leq x \leq 6. \end{cases}$$

Su gráfico es

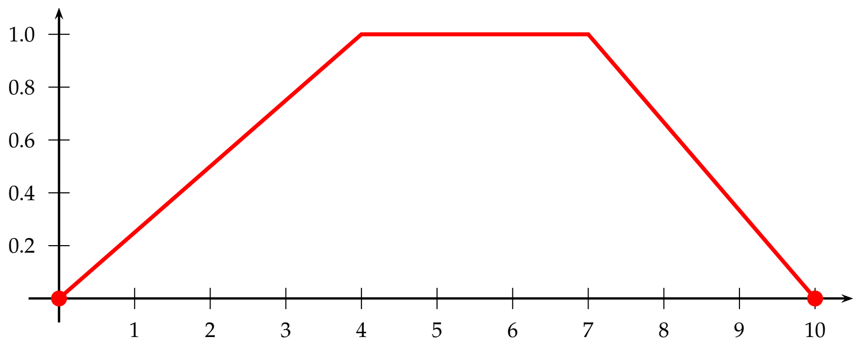



*c*) Tenemos que el grado de pertenencia del punto 2 al conjunto $A \cap B$ es

$$(A \cap B)(2) = \text{mín}\{A(2), B(2)\} = \text{mín}\{0{,}5, 1{,}0\} = 0{,}5. \qquad \square$$

5. Si el presente examen se califica sobre 10 puntos, se desea plantear un conjunto difuso que plantee la idea de "nota regular". Determine el universo y el conjunto difuso que exprese (gráfica y analíticamente) esta idea. (2pt)

*Solución.* Grafiquemos el conjunto




cuya forma analítica es

$$A(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} & \text{si } 0 \leq x < 4, \\ 1 & \text{si } 4 \leq x < 7, \\ \frac{10}{3} - \frac{x}{3} & \text{si } 7 \leq x \leq 10. \end{cases}$$

$\square$

6. Uno de tus amigos te comenta que tiene 4 pretendientes (a las cuales, para proteger su identidad, las llamaremos $a, b, c, d$) y no sabe por cuál de ellas decidirse para empezar una relación. Tú, le propones utilizar tu conocimientos en lógica difusa para que pueda tomar la decisión. Se van a centrar en tres cualidades de las pretendientes: *inteligente*, *atractiva* y *divertida*. Pides a tu amigo que las clasifique según estas características y obtienes los siguientes datos:

- Inteligente: $A = \left\{ \frac{0{,}7}{a} + \frac{0{,}8}{b} + \frac{1{,}0}{c} + \frac{0{,}3}{d} \right\}$.
- Atractiva: $B = \left\{ \frac{0{,}2}{a} + \frac{0{,}6}{b} + \frac{0{,}6}{c} + \frac{0{,}9}{d} \right\}$.
- Divertida: $C = \left\{ \frac{0{,}7}{a} + \frac{0{,}8}{b} + \frac{0{,}1}{c} + \frac{0{,}57}{d} \right\}$.

Luego de conversar profundamente, llegan a la conclusión que tu amigo desea una persona:

- muy inteligente y poco divertida; o
- no muy inteligente pero atractiva.

Determina un conjunto difuso que englobe esta idea y ayuda a tu amigo a elegir a su futura pareja. (2.5pt)

*Solución.* Tenemos que el conjunto asociado a *muy inteligente y poco divertida* es

$$D = A^2 \cap \sqrt{C} = \left\{ \frac{0{,}49}{a} + \frac{0{,}64}{b} + \frac{0{,}32}{c} + \frac{0{,}09}{d} \right\}.$$

Ahora, el conjunto asociado a *no muy inteligente pero atractiva* es

$$E = (A^2)^c \cup B = \left\{ \frac{0{,}51}{a} + \frac{0{,}60}{b} + \frac{0{,}60}{c} + \frac{0{,}91}{d} \right\}.$$

Con esto, el conjunto que engloba la idea *muy inteligente y poco divertida* o *no muy inteligente pero atractiva* es

$$D \cup E = \left\{ \frac{0{,}51}{a} + \frac{0{,}64}{b} + \frac{0{,}60}{c} + \frac{0{,}91}{d} \right\},$$

con esto, la mejor opción para que sea su pareja es $d$. $\square$

1. ¿Qué significa que una **relación clásica** sea reflexiva?, ¿qué significa que una **relación clásica** sea transitiva?, ¿qué significa que una **relación difusa** sea de reflexiva?, ¿qué significa que una **relación difusa** sea de equivalencia?

*Solución.* Sea $R$ una relación clásica sobre un universo $U$, se tiene que

- $R$ es reflexiva si $(x,x) \in R$ para todo $x \in U$; y
- $R$ es transitiva si $(x,z) \in R$ y $(z,y) \in R$ implica que $(x,y) \in R$.

Sea $R$ una relación difusa sobre un universo $U$, se tiene que

- $R$ es reflexiva si $R(x,x) = 1$ para todo $x \in U$; y
- $R$ es transitiva si $R(x,y) \geq \text{mín}\{R(x,z), R(z,y)\}$ para todo $z \in U$. □

2. ¿Cuál es el procedimiento para encontrar una relación de equivalencia a partir de una relación de tolerancia?

*Solución.* Sea $R$ una relación de tolerancia sobre un universo $U = \{1, \ldots, m\}$. Primero calculamos $R^2$; si se verifica que $R^2 \leq R$, entonces $R$ es de equivalencia y habremos terminado, si en cambio $R^2 \not\leq R$, calculamos $R^n$, con $n \in \{1, \ldots, m-1\}$ hasta que $(Rn)^2 \leq R^n$. De esta manera $R^n$ será la relación de equivalencia que buscamos. □

3. Dados los universos $U = \{a, b, c, d\}$ y $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, se definen los siguientes conjuntos difusos:

$$A = \left\{ \frac{0{,}1}{a} + \frac{0{,}5}{b} + \frac{0{,}9}{c} + \frac{0{,}7}{d} \right\}, \qquad \text{y} \qquad B = \left\{ \frac{0{,}1}{2} + \frac{0{,}5}{3} + \frac{0{,}8}{4} + \frac{0{,}7}{5} \right\}.$$

Determinar el conjunto

$$R = (A \times B) \cup (A^c \times V).$$

*Solución.* Tenemos que

$$R = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}9 & 0{,}9 & 0{,}9 & 0{,}9 \\ 0{,}5 & 0{,}5 & 0{,}5 & 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}5 & 0{,}8 & 0{,}7 \\ 0{,}3 & 0{,}3 & 0{,}5 & 0{,}7 & 0{,}7 \end{pmatrix}.$$ □

4. Sea $\lambda \in [0,1]$, dado un universo $U$ y $A, B$ subconjunto difuso, demuestre o dé un contra ejemplo de los siguientes enunciados:

$$(A \cap B)_\lambda = A_\lambda \cap B_\lambda \qquad \text{y} \qquad (A^c)_{1-\lambda} = (A_\lambda)^c.$$

*Solución.*

- Es verdadero, en efecto, tenemos que
$$\begin{aligned} x \in (A \cap B)_\lambda &\iff (A \cap B)(x) \geq \lambda \\ &\iff \text{mín}\{A(x), B(x)\} \geq \lambda \\ &\iff A(x) \geq \lambda \quad \wedge \quad B(x) \geq \lambda \\ &\iff x \in A_\lambda \quad \wedge \quad x \in B_\lambda \\ &\iff x \in A_\lambda \cap B_\lambda, \end{aligned}$$
por lo tanto $(A \cap B)_\lambda = A_\lambda \cap B_\lambda$.
- Es falso, en efecto, consideremos el universo $U = \{1, 2\}$ y el conjunto difuso
$$A = \left\{ \frac{0{,}5}{1} + \frac{0{,}9}{2} \right\}.$$
Tenemos que
$$A^c = \left\{ \frac{0{,}5}{1} + \frac{0{,}1}{2} \right\},$$
por lo tanto, tomando $\lambda = 0,5$, tenemos que
$$A_{0{,}5} = \{1, 2\} \qquad (A_{0{,}5})^c = \varnothing \qquad \text{y} \qquad (A^c)_{1-0{,}5} = \{1\},$$
de donde se sigue que $(A_{0{,}5})^c \neq (A^c)_{1-0{,}5}$. □

5. Considere los universos $U = \{a, b, c, d\}$, $V = \{x, y, z\}$ y $W = \{m, n, o, p\}$, además, las relaciones $S \subseteq V \times W$ y $R \subseteq U \times V$ dadas por
$$S = \begin{pmatrix} 0{,}0 & 0{,}8 & 0{,}1 & 0{,}0 \\ 0{,}6 & 0{,}1 & 0{,}3 & 0{,}5 \\ 1{,}0 & 0{,}2 & 0{,}9 & 0{,}7 \end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad R = \begin{pmatrix} 1{,}0 & 0{,}1 & 0{,}5 \\ 0{,}2 & 0{,}0 & 0{,}2 \\ 0{,}0 & 0{,}7 & 0{,}5 \\ 0{,}8 & 0{,}3 & 0{,}9 \end{pmatrix}.$$
¿Qué conjunto puede formarse, $R \circ S$ o $S \circ R$? Calcule el que se puede formar.

*Solución.* Dado que $S \subseteq V \times W$ y $R \subseteq U \times V$, se puede formar $S \circ R$ ya que el universo de llegada de $R$ es el mismo que el universo de llegada de $S$ y se tiene que
$$S \circ R = R \cdot S = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}8 & 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}2 & 0{,}2 \\ 0{,}6 & 0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0{,}9 & 0{,}8 & 0{,}9 & 0{,}7 \end{pmatrix}.$$
Por otro lado, no se puede formar $R \circ S$ ya que el universo de llegada de $S$ no es el mismo que el universo de llegada de $R$. □

6. Demostrar que
$$x \triangle y = \frac{xy}{x + y - xy}$$
es una $t$-norma y que
$$\eta(x) = \frac{1 - x}{1 + x}$$
es una negación. Finalmente, encontrar la $t$-conorma dual.

*Solución.* Probemos que $\triangle$ es una $t$-norma. Se tiene que

- $x \triangle 1 = \dfrac{x}{x + 1 - x} = x$;

- $x \triangle y = \dfrac{xy}{x+y-xy} = \dfrac{yx}{y+x-yx} = y \triangle x$; y
- $(x \triangle y) \triangle z = \frac{xyz}{x(-2yz+y+z)+yz} = x \triangle (y \triangle z)$.

Por lo tanto $\triangle$ es una $t$-norma.

Ahora, probemos que $\eta$ es una negación. Se tiene que

- Notemos que
$$\eta(0) = \frac{1-0}{1+0} = 1$$
y
$$\eta(1) = \frac{1-1}{1+1} = 0.$$
- Tenemos que
$$\eta'(x) = -\frac{2}{x^2} < 0,$$
por lo tanto $\eta$ es decreciente.
- Finalmente, tenemos que
$$\eta(\eta(x)) = \frac{1-\frac{1-x}{1+x}}{1+\frac{1-x}{1+x}} = x.$$

Así, tenemos que $\eta$ es una negación.

La $t$-conorma dual está dada por
$$x \bigtriangledown y = \eta(\eta(x) \triangle \eta(y)) = \frac{x+y-2xy}{1-xy}. \qquad \square$$

7. Considere el universo $U = \{-1, 0, 1, 2\}$ y los conjuntos
$$A = \left\{ \frac{1{,}0}{-1} + \frac{0{,}7}{0} + \frac{0{,}3}{1} \right\} \qquad \text{y} \qquad B = \left\{ \frac{0{,}7}{-1} + \frac{0{,}3}{0} + \frac{1{,}0}{1} + \frac{0{,}1}{2} \right\}.$$
Con las operaciones usuales, determinar
$$A \cap B, \qquad A^c, \qquad A_{0,4}, \qquad B_{0,4} \qquad \text{y} \qquad (A \cap B)_{0,4},$$
con las operaciones usuales. Por otro lado, determinar los mismos conjuntos con las operaciones definidas por la $t$-norma y la negación del ejercicio anterior.

*Solución.* Con las operaciones usuales, tenemos que
$$A \cap B = \left\{ \frac{0{,}7}{-1} + \frac{0{,}3}{0} + \frac{0{,}3}{1} + \frac{0{,}0}{2} \right\}$$
y
$$A^c = \left\{ \frac{0{,}0}{-1} + \frac{0{,}3}{0} + \frac{0{,}7}{1} + \frac{1{,}0}{2} \right\},$$
por lo tanto, los $\lambda$-cortes en $0,5$ son
$$(A \cap B)_{0,4} = \{-1\} \qquad \text{y} \qquad (A^c)_{0,4} = \{1, 2\}.$$

Ahora, con las operaciones definidas en el literal anterior, tenemos que
$$(A \cap B)(x) = \frac{A(x)B(x)}{A(x) + B(x) - A(x)B(x)}$$
y que
$$A^c(x) = \frac{1 - A(x)}{1 + A(x)},$$

con esto, tenemos que

$$A \cap B = \left\{ \frac{0{,}50}{-1} + \frac{0{,}70}{0} + \frac{0{,}24}{1} + \frac{0{,}00}{2} \right\}$$

y

$$A^c = \left\{ \frac{0{,}00}{-1} + \frac{0{,}18}{0} + \frac{0{,}54}{1} + \frac{1{,}00}{2} \right\},$$

por lo tanto, los $\lambda$-cortes en $0,4$ son

$$(A \cap B)_{0,5} = \{-1, 0\} \qquad \text{y} \qquad (A^c)_{0,5} = \{1, 2\}.$$ □

8. Dada una relación $R$ simétrica sobre un universo $U$, demuestre que para $\lambda \in [0,1]$, $R_\lambda$ también es simétrica.

*Solución.* Sea $\lambda \in [0,1]$, dado que $R$ es simétrica, tenemos que

$$R(x,y) = R(y,x)$$

para todo $x, y \in U$, por lo tanto, notemos que

$$\begin{aligned} (x,y) \in R_\lambda &\iff R(x,y) \geq \lambda \\ &\iff R(y,x) \geq \lambda \\ &\iff (y,x) \in R_\lambda \end{aligned}$$

con lo cual, se tiene que $R_\lambda$ es simétrica. □

1. Formalmente ¿qué es un conjunto difuso?, ¿para qué sirven? (1pt)

*Solución.* Un conjunto difuso es una función de un universo al intervalo $[0,1]$. □

2. ¿Qué significa que una **relación clásica** sea simétrica?, ¿qué significa que una **relación clásica** sea transitiva?, ¿qué significa que una **relación difusa** sea de simétrica?, ¿qué significa que una **relación difusa** sea transitiva?

*Solución.* Sea $R$ una relación clásica sobre un universo $U$, se tiene que

- $R$ es simétrica si $(x,y) \in R$ implica $(y,x) \in R$; y
- $R$ es transitiva si $(x,z) \in R$ y $(z,y) \in R$ implica que $(x,y) \in R$.

Sea $R$ una relación difusa sobre un universo $U$, se tiene que

- $R$ es simétrica si $R(x,y) = R(y,x)$ para todo $x \in U$; y
- $R$ es transitiva si $R(x,y) \geq \text{mín}\{R(x,z), R(z,y)\}$ para todo $z \in U$. □

3. ¿Qué es el núcleo de un conjunto difuso? (1pt)

*Solución.* Si $A$ es un conjunto difuso sobre el universo $U$, su núcleo es el conjunto $\{x \in U : A(x) = 1\}$. □

4. Considerando el universo al intervalo $U = [0,5]$ considere los siguientes conjuntos difusos definidos por

$$A(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} & \text{si } 0 \leq x < 2, \\ \frac{1}{4} & \text{si } 2 \leq x < 3, \\ \frac{3x}{4} - 2 & \text{si } 3 \leq x < 4, \\ 1 & \text{si } 4 \leq x \leq 5, \end{cases} \qquad B(x) = \begin{cases} -\frac{x}{4} + \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leq x < 2, \\ 0 & \text{si } 2 \leq x \leq 3, \\ \frac{1}{2} & \text{si } 3 < x < 4, \\ \frac{x}{2} - \frac{3}{2} & \text{si } 4 \leq x \leq 5. \end{cases}$$

Dibujar y expresar $A \cap B$ y $A^c$. ¿Cuál es el grado de pertenencia del punto 2,5 al conjunto $A$? (2pt)

*Solución.* La unión está dada por

$$A \cap B(x) = \begin{cases} -\frac{x}{4} + \frac{1}{2} & \text{si } 0 \leq x < 1, \\ \frac{x}{4} & \text{si } 1 \leq x < 2, \\ \frac{1}{4} & \text{si } 2 \leq x < 3, \\ \frac{1}{2} & \text{si } 3 \leq x < 10/3, \\ \frac{3x}{4} - 2 & \text{si } 3 \leq x \leq 4, \\ 1 & \text{si} 4 \leq x \leq 5. \end{cases}$$

El complemento

$$A^c(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{4} & \text{si } 0 \leq x < 2, \\ 1 - \frac{1}{4} & \text{si } 2 \leq x < 3, \\ 2 - \frac{3x}{4} & \text{si } 3 \leq x < 4, \\ 0 & \text{si } 4 \leq x \leq 5, \end{cases}$$ □

5. Con el enunciado del conjunto anterior, calcular $A_{0{,}3}$. (1pt)

*Solución.* $A_{0{,}3} = [1{,}2, 2] \cup [3{,}06, 5]$. □

6. Dado el universo $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ y el conjunto

$$A = \left\{ \frac{0{,}2}{-2} + \frac{1{,}0}{-1} + \frac{0{,}7}{0} + \frac{0{,}4}{1} + \frac{0{,}1}{2} \right\},$$

determinar $A \cdot A$ y $A^2$.

*Solución.* Se tiene que

$$A \cdot A = \left\{ \frac{0{,}1}{-4} + \frac{0{,}2}{-2} + \frac{0{,}4}{-1} + \frac{0{,}7}{0} + \frac{1{,}0}{1} + \frac{0{,}2}{2} + \frac{0{,}2}{4} \right\}.$$

Por otra parte, se tiene que

$$A^2 = \left\{ \frac{0{,}7}{0} + \frac{1{,}0}{1} + \frac{0{,}2}{4} \right\}.$$ □

7. Demostrar que (3pt)

$$x \triangle y = \frac{xy}{2 - (x + y - xy)}$$

es una $t-$norma y que

$$\eta(x) = 1 - x$$

es una negación. Finalmente, encontrar la $t-$conorma dual.

*Solución.* Notemos que

$$x \triangle 1 = \frac{x(1)}{2 - (x + 1 - x(1))} = x$$

y

$$x \triangle y = \frac{xy}{2 - (x + y - xy)} = \frac{yx}{2 - (y + x - yx)} = y \triangle x.$$

Además

$$\begin{aligned} x \triangle (y \triangle z) &= x \triangle \left( \frac{yz}{2 - (y + z - yz)} \right) \\ &= \frac{xyz}{xy + xz - 2x + yz - 2y - 2z + 4} \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} (x \triangle y) \triangle z &= \left( \frac{xy}{2 - (x + y - xy)} \right) \triangle z \\ &= \frac{xyz}{xy + xz - 2x + yz - 2y - 2z + 4}, \end{aligned}$$

por lo tanto $x \triangle (y \triangle z) = (x \triangle y) \triangle z$. Así, $\triangle$ es una $t-$norma.

La $t-$conorma dual es

$$\begin{aligned} a \nabla b &= \eta(\eta(a) \triangle \eta(b)) \\ &= \frac{2(1+x)(1+y) - (1-x)(1+y) - (1-y)(1+x)}{2(1+x)(1+y) - (1-x)(1+y) - (1-y)(1+x) + 2(1-x)(1-y)}. \end{aligned}$$ □

Por otra parte, tenemos que

$$\eta'(x) = -1 < 0,$$

lo que implica que *eta* es decreciente. Además $\eta(\eta(x)) = 1 - \eta(x) = 1 - (1 - x) = x$, lo que muestra que $\eta$ es una negación.

8. Se hace una estudio de tres especies, estudiando en cada uno cuatro propiedades de manera difusa, con lo cual se tiene la siguiente tabla

| | Propiedad 1 | Propiedad 2 | Propiedad 3 | Propiedad 4 |
|---|---|---|---|---|
| Especie 1 | 0.4 | 0.9 | 0.1 | 0.0 |
| Especie 2 | 1.0 | 0.8 | 0.8 | 0.1 |
| Especie 3 | 0.9 | 0.1 | 0.5 | 0.3 |

Elaborar la matriz de similaridad entre las especies a partir de estos datos. ¿Qué tanto se parece la especie 1 a la especie 3? Encontrar una matriz de equivalencia y realizar la clasificación difusa de estas especies. (4pt)

*Solución.* La matriz de similaridad es:

$$R = \begin{pmatrix} 1{,}0 & 0{,}8 & 0{,}47 \\ 0{,}8 & 1{,}0 & 0{,}87 \\ 0{,}47 & 0{,}87 & 1{,}0 \end{pmatrix},$$

de donde tenemos que la especie 1 se parece a la especie 3 en un 47 %.

Notemos que $R$ es de tolerancia y además la matriz

$$R^2 = \begin{pmatrix} 1{,}0 & 0{,}8 & 0{,}8 \\ 0{,}8 & 1{,}0 & 0{,}87 \\ 0{,}8 & 0{,}87 & 1{,}0 \end{pmatrix},$$

es de equivalencia, por lo tanto es la matriz buscada. Finalmente, si tomamos $\lambda = 0{,}87$,

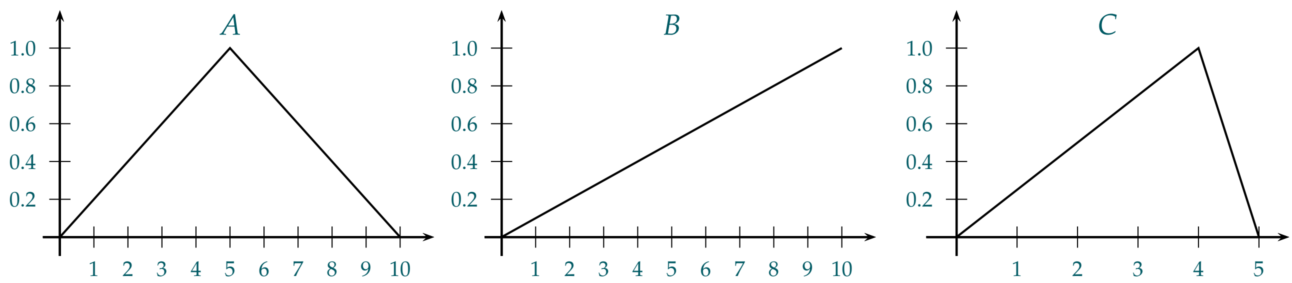
$$R^2_{0{,}87} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

□

9. Considere la siguiente regla para dar propina en un restaurante dependiendo del servicio y la calidad de la comida:

Si el servicio es regular y la calidad de la comida es buena, entonces la propina será aceptable.

Que con el conjunto $A$ se modela la idea de servicio regular; con el conjunto $B$, la calidad de la comida es buena; y con el conjunto $C$, la propina es aceptable.




Si en determinada ocasión, tu opinas que el servicio tiene una puntuación de 6 y la calidad de la comida tiene una puntuación de 5, utilizando la regla anterior y desfusifiación a escalares por el centroide, ¿cuál debe ser la propina que entregas?