

4 de mayo de 2018

Mat. Andrés Merino

1. Si  $a, b$  son números reales, simplificar

$$\frac{a^2b^6}{b^4a} + \frac{b}{a}$$

*Solución.* Se tiene que

$$\begin{aligned} \frac{a^2b^6}{b^4a} + \frac{b}{a} &= ab^2 + \frac{b}{a} \\ &= \frac{a^2b^2 + b}{a}. \end{aligned} \quad \square$$

2. Si  $x, y$  son números reales, expandir

$$(x^2 - 2)(x^2 + 2x - 1).$$

*Solución.* Se tiene que

$$\begin{aligned} (x^2 - 2)(x^2 + 2x - 1) &= (x^2 - 2)x^2 + (x^2 - 2)(2x) - (x^2 - 2) \\ &= x^4 - 2x^2 + 2x^3 - 4x - x^2 + 2 \\ &= x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 2. \end{aligned} \quad \square$$

3. Para la función definida por

$$f(x) = x^2 - 2x - 1,$$

calcular  $f(1)$ ,  $f(-1)$  y  $f(x + h)$ .

*Solución.*

■ Se tiene que

$$\begin{aligned} f(1) &= 1^2 - 2(1) - 1 \\ &= 1 - 2 - 1 \\ &= -2. \end{aligned}$$

■ Se tiene que

$$\begin{aligned} f(-1) &= (-1)^2 - 2(-1) - 1 \\ &= 1 + 2 - 1 \\ &= 2. \end{aligned}$$

■ Se tiene que

$$\begin{aligned} f(x + h) &= (x + h)^2 - 2(x + h) - 1 \\ &= x^2 + 2xh + h^2 - 2x - 2h - 1 \end{aligned} \quad \square$$

4. En una cartulina de 20cm de alto se desea colocar 2 figuras, una bajo la otra, que, entre ellas, guarden la proporción 3 : 2. Además, se desea tener márgenes de 2cm y un espacio de 1cm entre las figuras. ¿Qué alturas deben tener las figuras?

*Solución.* Tomemos

$x$  : altura de la primera imagen en cm       $y$  : altura de la segunda imagen en cm

Planteamos la ecuación

$$3 : 2 = x : y$$

$$\frac{3}{2} = \frac{x}{y}$$

$$x = \frac{3y}{2}.$$

Por otra parte, tenemos que las alturas de las imágenes deben sumar 15cm, es decir

$$x + y = 15.$$

Así, se tiene que

$$\frac{3y}{2} + y = 15$$

$$\frac{5y}{2} = 15$$

$$y = 6,$$

y por lo tanto  $x = 9$ .

Tenemos entonces que la primera figura debe tener una altura de 9cm y la segunda de 6cm.      □

5. Si se diseña un logo en formato 5 : 3, y al renderizarlo, se desea una base de 300 pixeles, ¿cuántos pixeles debe tener su altura?

*Solución.* Tomemos

$x$  : altura del logo en pixeles

Planteamos la ecuación

$$5 : 3 = 300 : x$$

$$\frac{5}{3} = \frac{300}{x}$$

$$5x = 900$$

$$x = 180.$$

La altura debe ser de 180 pixeles.      □

6. Si se tiene una imagen de  $10 \times 12$  cm y se la quiere ampliar en un 20% conservando sus proporciones, ¿cuáles deben ser sus nuevas medidas?

*Solución.* Tomamos

$x$  : medida de la base en cm

$y$  : medida de la altura en cm

Planteamos

$$10 : 12 = x : y$$

$$\frac{10}{12} = \frac{x}{y}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{x}{y'}$$

de donde

$$x = \frac{5y}{6} \quad (1)$$

Por otra parte, se tiene que

$$\begin{aligned} x \cdot y &= 1.2(10 \cdot 12) \\ x &= \frac{144}{y}, \end{aligned}$$

lo que junto con (1) nos da

$$\begin{aligned} \frac{5y}{6} &= \frac{144}{y} \\ y^2 &= 171.8 \\ y &\approx 13.15, \end{aligned}$$

lo que reemplazado en (1) da como resultado

$$x \approx 10.95.$$

La nueva base debería medir 10.95 cm y la altura 13.15 cm. □

7. Para convertir de *CMYK* a *RGB* se utiliza la función definida por

$$f(u, v, w, z) = (255(1 - u)(1 - z), 255(1 - v)(1 - z), 255(1 - w)(1 - z)).$$

Calcular el color en *RGB* de  $(0.9, 0.2, 0.5, 0.4)$ . Aproximadamente, ¿qué color es?

*Solución.* Se tiene que

$$\begin{aligned} f(0.9, 0.2, 0.5, 0.4) &= (255(1 - 0.9)(1 - 0.4), 255(1 - 0.2)(1 - 0.4), 255(1 - 0.5)(1 - 0.4)) \\ &= (15.3, 122.4, 75.5) \end{aligned} \quad \square$$

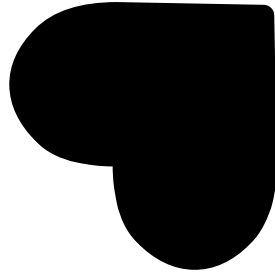
Aproximadamente es un color verde.

8. Si  $f$  representa una reflexión horizontal,  $g$  un giro de  $45^\circ$  en sentido horario, para:

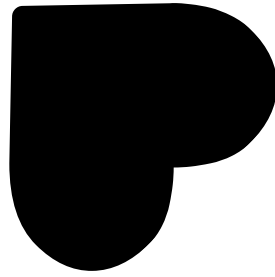


determinar  $f \circ g$  y  $f \circ g \circ f$ .

*Solución.* Tenemos que luego de aplicar  $f \circ g$  se obtiene:



Y luego de aplicar  $g \circ f$  se obtiene:



□

9. *Extra:* Nombre tres droides o androides de la saga *Star Wars*.

---

May the fourth be with you  $\aleph_0$

---

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR**  
**MATEMÁTICAS • EXAMEN NO. 2**

4 de junio de 2018

*Mat. Andrés Merino*

---

1. Dado un segmento  $AB$ , construir un triángulo equilátero. Explicar cada paso de la construcción.
2. Dado un segmento  $AB$ , sobre este, construir un ángulo de 45 grados. Explicar cada paso de la construcción.
3. Basado en la construcción de un hexágono regular, construir una estrella de 6 puntas.
4. En la figura de la pizarra, si el ángulo  $\alpha$  y el ángulo  $\beta$  están en proporción de 3 : 2, encontrar sus medidas.
5. Los triángulos dibujados en la pizarra son semejantes, encontrar las medidas faltantes.
6. Si en un triángulo rectángulo su hipotenusa mide 13 unidades y uno de sus catetos mide 5 unidades, encontrar la medida del otro cateto.

Si en un momento del día, una persona que 1.80 m proyecta una sombra de 60 cm, ¿qué longitud tendrá la sombra de una persona de 1.60 m?

---

$\aleph_0$

---

**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL ECUADOR**  
**MATEMÁTICAS • EXAMEN NO. 3**

4 de julio de 2018

*Mat. Andrés Merino*

---

1. Si  $a, b$  son números reales, simplificar

$$\frac{a^2 b^6}{b^4 a} + \frac{b}{a}$$

2. Para la función definida por

$$f(x) = x^2 - 2x - 1,$$

calcular  $f(1)$ ,  $f(-1)$  y  $f(x+h)$ .

3. Si se tiene una imagen de  $10 \times 12$  cm y se la quiere ampliar en un 20% conservando sus proporciones, ¿cuáles deben ser sus nuevas medidas?
4. Dado un ángulo cualquiera, construir su bisectriz. Explicar cada paso de la construcción.
5. Los triángulos dibujados en la pizarra son semejantes, encontrar las medidas faltantes.
6. Si en un momento del día, una persona que mide 1.80m proyecta una sombra de 60cm, ¿qué longitud tendrá la sombra de una persona de 1.60m?
7. Encuentre la ecuación de la recta que pasa por  $(12, -3)$  y  $(-1, -12)$ .
8. Encuentre el foco de la parábola de ecuación

$$y^2 - 6y - 8x + 18 = 0.$$

9. Escribir la matriz de rotación de  $45^\circ$
10. Dado el triángulo de vértices  $(1, 2)$ ,  $(-1, 2)$  y  $(0, -2)$ , encontrar el triángulo rotado  $45^\circ$ .

11. Encontrar el grupo de simetrías del cuadrado.
12. En base al ejercicio anterior, encontrar a qué es igual  $\text{ref}(0^\circ)\text{ref}(45^\circ)$ .
13. Usando el ejercicio anterior, encontrar el grupo de simetrías de "H".

---

$\aleph_0$